

; Introduction

La mécanique des fluides est la science qui a pour objectif l'étude des caractéristiques de ces derniers et leurs comportements.

L'une des plus importantes caractéristiques étudiées par la MDF est le débit, Il est étroitement lié au transport de sédiments en suspension dans les rivières et les fleuves et sans des mesures continues des débits, il est impossible de calculer les flux de sédiments et de produits chimiques, par exemple, dans des cours d'eau.

Ce sont les débits mensuels à long terme qui caractérisent le régime d'écoulement d'un fleuve ou d'une rivière.

Ce régime qui la façon dont le liquide s'écoule est plus complexe dans le fluide réel que dans le fluide idéal (parfait) à cause des forces de frottement qui prennent naissance entre les particules du fluide et les parois qui le limite, ainsi qu'entre les particules elles mêmes du fait de la viscosité du fluide.

Dans ce TP on procédera à l'étude des différents régimes d'écoulement: laminaire, turbulent et critique et ce en réalisant l'expérience de 'REYNOLDS' qui nous précise dans quelles conditions on passe d'un régime à un autre.

Si le nombre de Reynolds (qui est le produit du diamètre du tuyau, de la vitesse et de la masse volumique du fluide divisé par la viscosité du fluide) est inférieur à 2 500, le flux du fluide, dans le tuyau est laminaire; à des valeurs supérieures, il est turbulent. Le concept du nombre de Reynolds est fondamental pour une grande partie de la mécanique des fluides moderne qui est essentiellement consacré au régime turbulent à cause de sa complexité.

Historique

Les premières expériences sur l'étude du frottement pour des écoulements à faible vitesse dans des tuyaux ont été effectuées par le physiologue français '*Jean-Louis Poiseuille*', qui s'intéressait à l'écoulement du sang, et dans les années 1840 par l'ingénieur hydraulicien allemand '*Gotthelf Heinrich*

Ludwig Hagen'. Un essai pour prendre en compte les effets de la viscosité dans les équations mathématiques fut d'abord fait par l'ingénieur français

'*Henri Navier*' en 1827. Puis, en 1845, le mathématicien britannique '*George Gabriel*' Stokes précisa les équations fondamentales pour des fluides incompressibles visqueux. Celles-ci sont maintenant connues sous le nom d'équations de '*Navier Stokes*'. Elles sont tellement complexes qu'elles ne peuvent être résolues que dans les cas d'écoulements simples. Ces équations permettent notamment de modéliser l'écoulement d'un fluide réel dans un tuyau droit. Dans ce cas, le principe de '*Bernoulli*' n'est pas applicable car une partie de l'énergie mécanique totale du fluide, se dissipe par frottement et provoque une chute de la pression le long du tuyau. Les équations suggèrent que, pour un tuyau et un fluide définis, cette chute de pression est proportionnelle à la vitesse d'écoulement du fluide.

Des expériences réalisées d'abord vers le milieu du XIX^e siècle montrèrent que cela est exact uniquement pour des vitesses faibles; à des vitesses supérieures, la chute de pression est plutôt proportionnelle au carré de la vitesse d'écoulement du fluide. Ce phénomène resta inexpliqué jusqu'en 1883, date où l'ingénieur britannique '*Osborne Reynolds*' montra l'existence de deux types d'écoulements visqueux dans les tuyaux. À de faibles vitesses, les particules du fluide suivent les courants (flux laminaire) et les résultats concordent avec les prédictions analytiques. À des vitesses supérieures, le flux prend une forme variable ou tourbillonnaire (flux turbulent) qui ne peut être parfaitement prédite. Encore maintenant, on ne sait pas donner une définition analytique à de tels écoulements. Pour les étudier, on a recours aux expériences et à l'utilisation de puissants logiciels de calcul. Reynolds établit également que la limite entre flux laminaire et flux turbulent dépend d'un paramètre unique, le nombre de Reynolds Re .

Si le nombre de Reynolds (qui est le produit du diamètre du tuyau, de la vitesse et de la masse volumique du fluide divisé par la viscosité du fluide) est inférieur à 2 500, le flux du fluide, dans le tuyau est laminaire; à des valeurs supérieures, il est turbulent. Le concept du nombre de Reynolds est fondamental pour une grande partie de la mécanique des fluides moderne.

I – Généralités :

1. Définition d'un fluide :

Les fluides sont des corps dont les molécules sont très mobiles les unes par rapport aux autres.

Un fluide prend automatiquement la forme du récipient qui le contient.

On peut classer les fluides en deux groupes : des liquides et des gaz.

Les liquides ont un volume propre tant que les gaz occupent tout le volume qui lui est offert.

2. Compressibilité des fluides :

Soit ρ la masse volumique d'un fluide.

D'une façon générale, ρ varie avec la pression et la température.

On appelle un fluide incompressible lorsque ρ est indépendante de p et T .

Les liquides sont très peu compressibles.

Pratiquement : on considère que les liquides sont incompressibles et les gaz sont compressibles.

3. Viscosité :

Les forces de cohésion intermoléculaire ont tendance à freiner l'écoulement d'un fluide.

Cette propriété est appelée viscosité : c'est la capacité d'écoulement d'un fluide.

- Coefficient de viscosité dynamique « μ » : exprimé dans le système international en Poiseuille (Pl) ou en Pascal seconde (Pa.s)
- Coefficient de viscosité cinématique « ν » : exprimé dans le système international en mètre carré par seconde (m^2/s)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

4. Fluide parfait – fluide réel :

Un fluide parfait est un fluide dont les molécules se déplacent sans aucun frottement les uns par rapport aux autres ; donc sans viscosité $\mu = 0$. (C'est théorique)

Un fluide est réel lorsque $\mu \neq 0$

5. Les fluides newtoniens

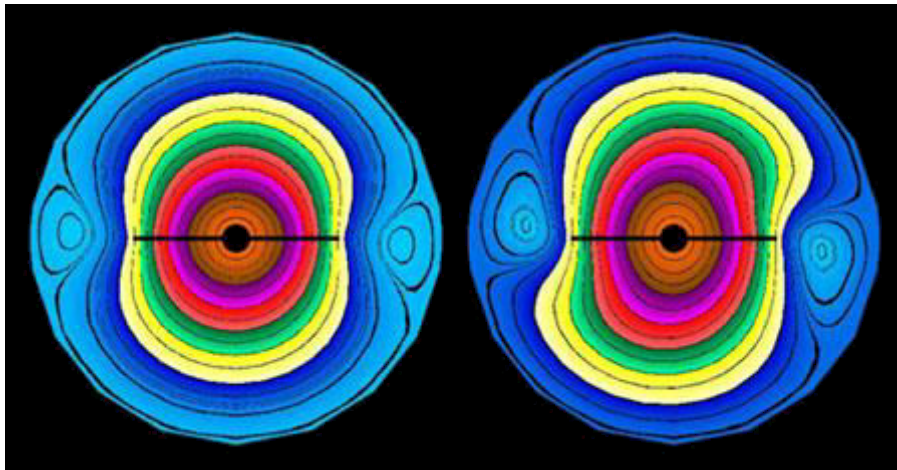
On distingue deux grandes familles de fluides en fonction de leur viscosité : les fluides dits "newtoniens" et les fluides "non newtoniens".

• Les fluides newtoniens

Les fluides "newtoniens", comme l'eau, l'air et la plupart des gaz, présentent une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température.

• Les fluides non newtoniens

En revanche, les fluides "non newtoniens" ont la particularité d'avoir une viscosité variable, en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent. En d'autres termes, la déformation de ce type de fluide n'est pas directement proportionnelle à la force qu'on lui applique.



Le débit : la vitesse par la section d'écoulement

Le régime d'écoulement : c'est la manière dont s'écoule le fluide.

Définition de fluide : Un fluide est un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité qui peut s'écouler c'est-à-dire subir de grandes variations de forme sous l'action de forces qui sont d'autant plus faibles que ces variations de forme est plus lentes. La notation de fluide s'oppose a celle de solide. Mais l'un et l'autre sont considères comme formes d'un grand nombre de particules matérielles extrêmement petites.

- qui sont solidement liées entre elles dans le cas des solides

- qui sont libers de se déplacer les unes par rapport aux autre dans le cas des fluides.

La limite entre solide et fluide est toutefois difficile à préciser. Certains états de la matière sont intermédiaires entre les deux :

1° ainsi l'asphalte s'écoule d'un tonneau renverse mais garde une empreinte et se brise au choc ;

2° le verre en fondant passe par toute une série d états intermédiaires entre le solide et le liquide.

Cette difficulté n'existera pas pour les fluides courants que nous étudierons dans les conditions habituelles.

Parmi les fluides on distingue les liquides et les gaz

viscosité

Viscosité :

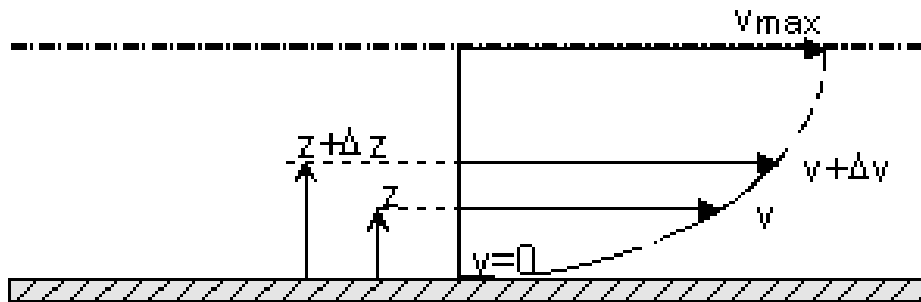
Les forces de cohésion intermoléculaire ont tendance à freiner l'écoulement d'un fluide. Cette propriété est appelée viscosité : c'est la capacité d'écoulement d'un fluide.

Viscosité dynamique - Viscosité cinématique

- **Profil des vitesses**

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse.

On dit qu'il existe un *profil de vitesse*.



Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement d'ensemble, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse.

Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres.

La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance z de cette couche au plan fixe : $v = v(z)$.

- **Viscosité dynamique**

Considérons deux couches de fluide contiguës distantes de Δz . La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit Δv , à leur surface S et inversement proportionnelle à Δz :

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

Le facteur de proportionnalité est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.
Dimension : $[\eta] = \text{M} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$.

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité dynamique est le **Pascal seconde** ($\text{Pa} \cdot \text{s}$) ou **Poiseuille** (Pl) : $1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ Pl} = 1 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$

- **Viscosité cinématique**

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique et de la masse volumique.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Ce rapport est appelé **viscosité cinématique** : **Dimension** : $[\nu] = \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1}$.

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité n'a pas de nom particulier : (m^2/s).

BUT :

Le but de la manipulation consiste à déterminer la viscosité pour différents liquides

Rappel théorique :

La viscosité est due principalement à l'interaction entre les molécules du fluide.

La viscosité d'un liquide se manifeste sous la forme de forces de frottement qui

Prendent naissance lorsque le fluide est en mouvement.

Considérons une bille d'un certain diamètre qu'on laisse tomber dans un récipient Rempli d'un liquide.

Les force exercées sur se corps en mouvement sont :

La force gravitationnelle $M.g$

La force poussée F_a

La force visqueuse résistant au mouvement F_v

$$M.g - F_a - F_v = 0$$

$$M.g = \frac{4}{3} \cdot \rho_b \cdot \pi \cdot R^3 \cdot g$$

ρ_b = Densité de la bille

R = rayon de la bille

$$F_a = \frac{4}{3} \cdot \rho_f \cdot \pi \cdot R^3 \cdot g$$

ρ_f = densité du fluide

$$F_v = 6\pi \cdot \mu \cdot r \cdot V \quad \text{Donnée d'après la loi de Stokes}$$

V = vitesse moyenne de chute de la bille en [m/s]

μ = viscosité dynamique en [NS/m²]

La force de traînée exercée sur un corps en mouvement dan un fluide peut être exprimée par :

$$F_v = C_x \cdot A \cdot \rho \cdot V^2 / 2$$

A = section projetée du corps

ρ = densité du fluide

C_x = coefficient de traînée

En utilisant la loi de Stokes et en considérant que le corps se déplace à la vitesse V ; on a :

$$C_x = 24 / Re$$

Lorsque le nombre de Reynolds est < 0.1

Lorsque le nombre de Reynolds varie entre 0.1 et 100, C_x peut être déterminé par la relation d'Olson :

$$C_x = 24 / \text{Re} \sqrt{1 + 3/16 \text{Re}} \quad \text{avec } \text{Re} = V_c \cdot D_t / \nu$$

et $\nu = \mu / \rho$ ρ : densité du fluide ; $D_t = \pi \cdot r^2 / 4 \cdot (2\pi \cdot r)$

Remarque :

Puisque le milieu n'est pas infini, il faut corriger la vitesse V par effet de paroi :

$$V_c \approx (1 + 2,105 d/D + d/H) \cdot V_m$$

H : Hauteur de chute

D : Diamètre du tube

V_m : vitesse limite de chute mesurée

Lorsque H et $D \rightarrow \infty$ (milieu infini) alors $V = V_m$

Menue de la viscosité dynamique : πr^3

Chute de la bille :

Comme la bille

$$\Sigma \varphi = m p^2$$

$$mg - A - T = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Sigma F_{ext} = m \vec{\gamma}$$

$$P - T - A = m_{solide} \vec{\gamma}$$

$$mg - \frac{1}{2} \rho C_x S_{bille} v^2 - m_{fluide} g = m_{solide} \gamma$$

Si le Mouvement est uniforme

$$\rho_{solide} V_{bille} g - \frac{1}{2} \rho C_x S_{projetee} v^2 - \rho_{fluide} V_{bille} g = 0$$

$$\text{avec } C_x = \frac{24}{\text{Re}} = \frac{24\nu}{vD} = \frac{24\mu}{vD\rho}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 g (\rho_{solide} - \rho_{fluide}) - 6\mu \pi R v = 0$$

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{solide} - \rho_{fluide})}{v}$$

$$B - Av = m_{solide} \frac{dv}{dt}$$

$$-A \frac{dv}{dt} = -\frac{dV}{dt} = \int \frac{dV}{V} = -\frac{A}{m_{solide}} \int dt$$

$$\ln V = -\frac{A}{m} t + c \Rightarrow V = K_{exp} \left(-\frac{A}{m} t\right)$$

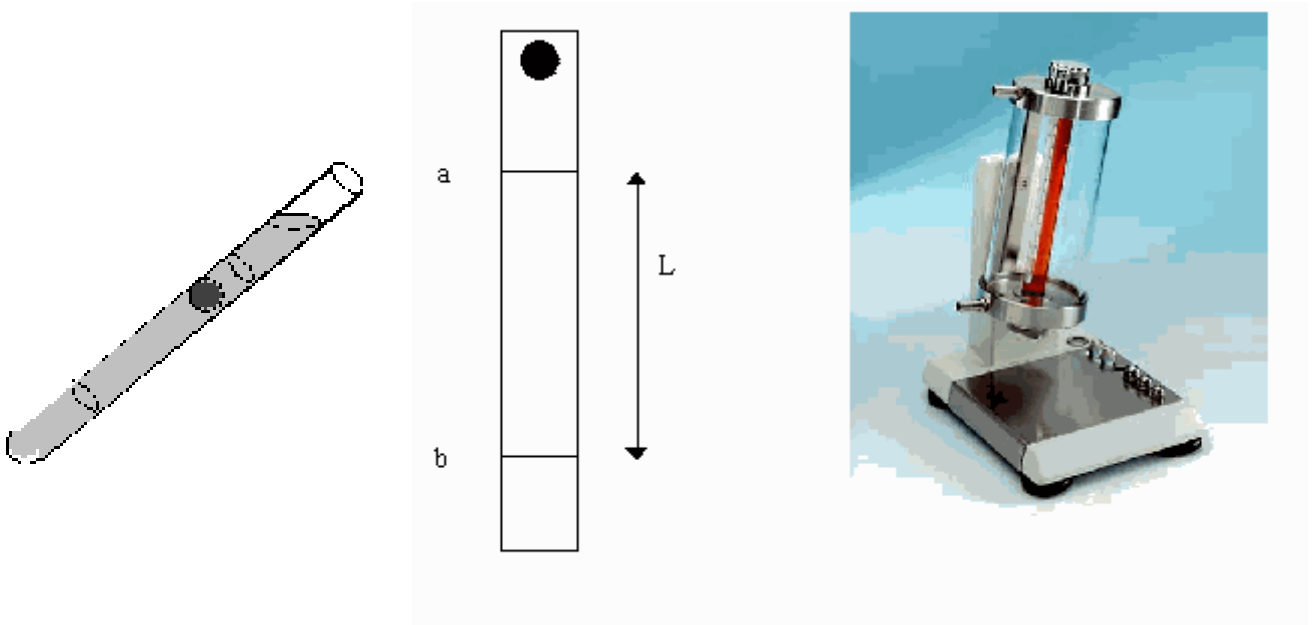
$$B - Av = K_{exp} \left(-\frac{A}{m} t\right) \Rightarrow v = \frac{B}{A} - \frac{K_{exp}}{A} \left(-\frac{A}{m} t\right)$$

Appareillage :

Constitution et principe : Viscosimètre à chute de bille

L'appareil comporte un long tube , mobile autour d'un axe horizontal et perpendiculaire au plan de la figure .Le tube comporte deux traits repères a et b .On y a introduit de l'huile et une bille en acier de diamètre calibré , un peu inférieur au diamètre du tube .

Le tube est muni d'une double enveloppe transparente dans laquelle est fixée un thermomètre ; on peut ainsi réaliser des expériences à température régulée .



Le tube vertical est retourné bout pour bout ; la bille se retrouvant en haut tombe à travers le liquide.

Le trait repère du haut est placé de façon telle que la bille lorsqu'elle passe à son niveau a atteint sa vitesse de chute limite : son mouvement est alors rectiligne uniforme : $\sum F_{\text{orces}} = 0$

On mesure le temps de chute de la bille entre les deux repères distants de L fixée .

Une bille sphérique tombe lentement dans un tube bien calibré renfermant le liquide visqueux. On mesure la durée t que met la bille pour parcourir une certaine distance. On montre que la viscosité dynamique η est proportionnelle à la durée t

Huile

Bille № 1

Bille de diamètre $\varnothing=8,3$ mm

Masse bille = 0,666 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (4,15 \cdot 10^{-3})^3 = 310,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,666}{310,18} = 2,147 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 800 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	3.3	0.303	0,304
1 m	3.28	0.305	
1 m	3.28	0.305	

➤ Calcule de la vitesse courgée

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,0083}{0,092} + 1,95 \frac{0,0083}{1} \right] 0,304 = 0,368 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (4,15 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(2,147 \cdot 10^3 - 800)}{0,368} = 0,3043 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,3043}{800} = 3,803 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Bille № 2

Bille de diamètre $\varnothing=6,35$ mm

Masse bille = 0,515 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3.175 \cdot 10^{-3})^3 = 133.99 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,515}{133.99} = 3.849 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 800 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	2.6	0.38	0,386
1 m	2.6	0.38	
1 m	2.5	0.4	

➤ Calcule de la vitesse corrigée

$$U_{\text{corrigée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{corrigée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,00635}{0,092} + 1,95 \frac{0,00635}{1} \right] 0,386 = 0,448 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (3.175 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(3.849 \cdot 10^3 - 800)}{0,448} = 0.3866 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.3866}{800} = 4.8325 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Bille № 3

Bille de diamètre $\varnothing=7,7$ mm

Masse bille = 0,257 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3.85 \cdot 10^{-3})^3 = 238.9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,257}{238.9} = 1.075 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 800 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	16.47	0.06	0,061
1 m	16.3	0.061	
1 m	15.95	0.062	

➤ Calcule de la vitesse courgée

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,0077}{0,092} + 1,95 \frac{0,0077}{1} \right] 0,061 = 0,072 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (3.85 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(1.075 \cdot 10^3 - 800)}{0,072} = 0.061 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.061}{800} = 7.625 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Eau

Bille № 1

Bille de diamètre $\varnothing=8,3$ mm

Masse bille = 0,666 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (4,15 \cdot 10^{-3})^3 = 310,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,666}{310,18} = 2,147 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	2.21	0.45	0,433
1 m	2.31	0.43	
1 m	2.38	0.42	

➤ Calcule de la vitesse courgée

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,0083}{0,092} + 1,95 \frac{0,0083}{1} \right] 0,433 = 0,524 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (4,15 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(2,147 \cdot 10^3 - 1000)}{0,524} = 0,4333 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,4333}{1000} = 4,333 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Bille № 2

Bille de diamètre $\varnothing=6,35$ mm

Masse bille = 0,515 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3.175 \cdot 10^{-3})^3 = 133.99 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,515}{133.99} = 3.849 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	1.33	0.75	0,75
1 m	1.3	0.77	
1 m	1.36	0.73	

➤ Calcule de la vitesse corrigée

$$U_{\text{corrigée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{corrigée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,00635}{0,092} + 1,95 \frac{0,00635}{1} \right] 0,75 = 0,87 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (3.175 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(3.849 \cdot 10^3 - 1000)}{0,87} = 0.75 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.75}{1000} = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Bille № 3

Bille de diamètre $\varnothing=7,7$ mm

Masse bille = 0,257 g

➤ Calcule de volume

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3.85 \cdot 10^{-3})^3 = 238.9 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,257}{238.9} = 1.075 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

➤ Calcule de la masse volumique

Température de fluide = 20°C

$\rho_{\text{de fluide}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

➤ Calcule de la vitesse moyenne

X (m)	Temps (s)	Vitesse (m/s)	U moyenne (m/s)
1 m	10.73	0.093	0,096
1 m	10.56	0.098	
1 m	9.72	0.1	

➤ Calcule de la vitesse courgée

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{d}{D} + 1,95 \frac{d}{H} \right] U_m$$

$$U_{\text{courgée}} = \left[1 + 2,105 \frac{0,0077}{0,092} + 1,95 \frac{0,0077}{1} \right] 0,096 = 0,114 \text{ m/s}$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\mu = \frac{2}{9} R^2 g \frac{(\rho_{\text{solide}} - \rho_{\text{fluide}})}{U}$$

$$\mu = \frac{2}{9} (3.85 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10 \frac{(1.075 \cdot 10^3 - 1000)}{0,114} = 0.096 \text{ kg.s/m}^3$$

➤ Calcule de la viscosité dynamique

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.096}{1000} = 9.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Conclusion

Le premier travail c'est le calcul du temps de la bille dans le fluide à une distance de 1m après on calcule la vitesse moyenne de chaque bille, ensuite on mesure la vitesse corrigée avec la loi suivante

$$U_{\text{congéée}} = [(1 + (2,105 \times d/D)) + 1,95 \times d/H] \times U_m$$

Après on calcule la viscosité dynamique avec la loi suivante:

$$\mu = \frac{g \times d^2 \times (\rho_s - \rho_f)}{18 \times V_c}$$

Et ensuite on calcule la viscosité cinématique avec cette loi :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Et on a trouvé plusieurs obstacles qui sont:

- diamètre de tube qui contient le fluide
- Détermination du degré d'hydrations des biopolymères
- Détermination de la masse moléculaire des protéines dans une série homologue
- Sensible à la conformation

Reynolds

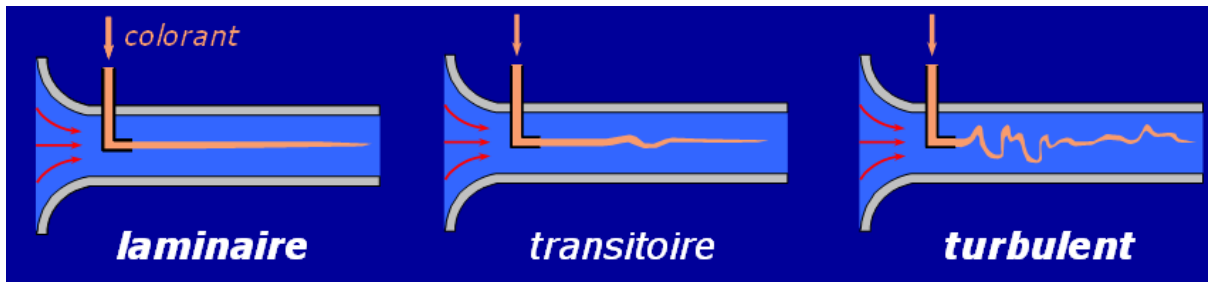
I- Les régimes d'écoulement :

Expérience :

Soit un courant d'eau qui circule dans une conduite à section circulaire.

On introduit un filet de colorant dans l'axe de cette conduite.

Suivant la vitesse d'écoulement de l'eau, on peut observer les phénomènes suivants :



a) Vitesse faible

b) Vitesse plus élevée

c) Vitesse très élevée

- Pour des vitesses faibles, le filet colorant traverse le long de la conduite en position centrale.
- Pour des vitesses plus élevées, le filet colorant se mélange brusquement dans l'eau après avoir parcouru une distance.
- Pour des vitesses très élevées, le colorant se mélange immédiatement dans l'eau.

1. **Régime laminaire :** l'écoulement est dit laminaire lorsque les particules du fluide se déplacent en lignes droites parallèles disposées en couche. (cas a) le fluide s'écoule en couches cylindriques coaxiales ayant pour axe le centre de la conduite. Le nombre de REYNOLDS, Re , pour ce type d'écoulement est inférieur à 2000.

2. **Régime transitoire :** l'écoulement est dit transitoire lorsque des petites perturbations commencent à apparaître. (cas b) c'est une transition entre le régime laminaire et ce lui turbulent. Le nombre de Reynolds, Re , pour cet écoulement est compris entre 2000 et 4000

3. **Régime turbulent :** pour ce type d'écoulement les particules du fluide se déplacent aléatoirement, il est impossible de décrire son mouvement. Le nombre de REYNOLDS, Re , pour ce type d'écoulement est supérieur à 4000. (cas c) formation de mouvement tourbillonnant dans le fluide.

Cette expérience est faite par Reynolds en faisant varier le diamètre de la conduite, la température, le débit, etc..., pour des divers fluides.

La détermination du régime d'écoulement est par le calcul d'un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds (Re).

$$\text{Re} = \frac{D.u.\rho}{\mu} = \frac{D.u}{\nu}$$

Avec : D : diamètre de la conduite (en m)

u : vitesse moyenne d'écoulement (en m/s)

ρ : masse volumique du fluide (en kg/m³)

μ : coefficient de viscosité dynamique (en Pa.s)

ν : coefficient de viscosité cinématique (en m²/s)

Si $\text{Re} < 2000$ le régime est laminaire

Si $\text{Re} > 4000$ le régime est turbulent

Si $2000 < \text{Re} < 4000$ le régime est transitoire

Remarque : si la section n'est pas circulaire, on définit le diamètre équivalent (De) par :

$$De = \frac{4 * \text{la section de la conduite}}{\text{le périmètre mouillé par le fluide}}$$

Le nombre de REYNOLDS :

Reynolds a dégagé un paramètre permettant de vérifier le régime d'écoulement, ce paramètre est appelé le nombre de Reynolds.

Il représente le rapport des forces d'inertie aux forces de frottements visqueux :

$$\text{Re} = v \times d / \eta$$

Tel que :

- ❖ Re : le nombre de Reynolds
- ❖ v : vitesse moyenne en m/s
- ❖ d : diamètre du tuyau en m
- ❖ η : la viscosité de l'eau

But de l'essai :

Le but de l'essai est de visualiser les différents régimes d'écoulement en calculant le nombre de Reynolds.

Principe de l'essai :

L'expérience consiste à envoyer un filet coloré dans une masse d'un fluide en mouvement dans un tube en verre, le robinet de réglage permet de varier la vitesse d'écoulement, c'est-à-dire : de régler le débit de l'eau dans le tube.

Appareillage :

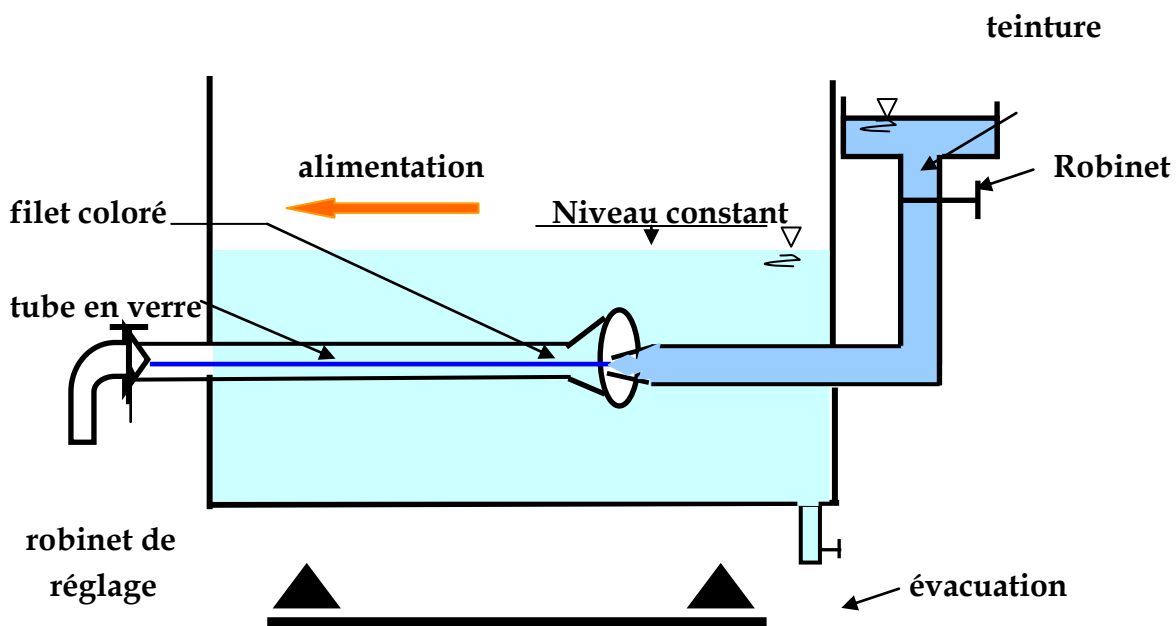


Schéma d'installation de l'appareillage

Mode opératoire :

pour exécuter cette expérience, on doit suivre les étapes suivantes :

- ✓ Ouvrir le robinet d'alimentation de la cuve.
- ✓ Régler le robinet **B** pour le régime d'écoulement choisi
- ✓ Régler le robinet **A** pour avoir le filet coloré mince
- ✓ Observer l'écoulement
- ✓ Répéter les opérations pour différents débits et différents régimes
- ✓ Noter la valeur du débit pour chaque écoulement, en particulier, celle pour laquelle on observe la perte de stabilité de l'écoulement laminaire
- ✓ Prendre la température de l'eau

Calculs et résultats :

Nous savons que :

$$Re = v \times d / \mathcal{G}$$

Et que : $v = \frac{V}{st}$ tel que :

V : Le volume recueilli dans l'éprouvette

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 7.85 \times 10^{-5} \text{ m}^2 : \text{ la section du tuyau considéré}$$

t : C'est le temps nécessaire pour recueillir le volume dans l'éprouvette

1. La température de l'eau est de 19°C

La viscosité dans ce TP est tirée à partir de l'abaque sachant la température de l'eau :

$$\mathcal{G} = 1.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

le cas d'un régime laminaire :

volume recueilli dans l'éprouvette (ml)	Temps (s)	V_i (m/s)	\mathcal{G} (m ² /s)	RE
300	30 S	0.1273	$1.1 \cdot 10^{-6}$	1157.28
407	40 S	0.1728	$1.1 \cdot 10^{-6}$	1571.13
520	50 S	0.1325	$1.1 \cdot 10^{-6}$	1204.40

Calcul de l'erreur :

$$V_{i \text{ moyenne}} = (0.1273 + 0.1728 + 0.1325) / 3$$

$$V_{i \text{ moyenne}} = 0.1442 \text{ m/s}$$

$$\longrightarrow \Delta V_i = V_{i \text{ max}} - V_{i \text{ moy}} = 0.1728 - 0.1442 = 0.0286$$

$$\longrightarrow V_i = (0.1442 \pm 0.0286) \text{ m/s}$$

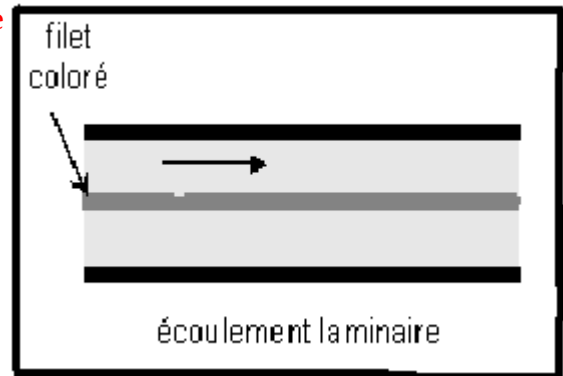
$$Re_{\text{ moyenne}} = (1157.28 + 1571.13 + 1204.40) / 3$$

$$Re_{\text{ moyenne}} = 1310.94$$

$$\longrightarrow Re = Re_{i \text{ max}} - Re_{i \text{ moy}} = 1571.13 - 1310.94 = 260.19$$

$$\longrightarrow Re = 1310.94 \pm 260.19$$

Re est inférieur à 2000 donc ce régime est laminaire



le cas d'un régime transitoire :

Les résultats obtenus sont dans le tableau suivant :

Volume recueilli dans l'éprouvette (ml)	Temps (s)	V_i (m/s)	\mathcal{Q} (m ³ /s)	RE
420	15 S	0.3567	$1.1 \cdot 10^{-6}$	3242.62
720	25 S	0.3669	$1.1 \cdot 10^{-6}$	3335.26
910	35 S	0.3312	$1.1 \cdot 10^{-6}$	3011.00

Calcul d'erreur :

$$V_{i \text{ moyenne}} = (0.3567 + 0.3669 + 0.3312) / 3$$

$$V_{i \text{ moyenne}} = 0.3516 \text{ m/s}$$

$$\longrightarrow \Delta V_i = V_{i \text{ max}} - V_{i \text{ moy}} = 0.3669 - 0.3516 = 0.0153$$

$$\longrightarrow V_i = (0.3516 \pm 0.0153) \text{ m/s}$$

$$Re_{\text{moyenne}} = (3242.62 + 3335.26 + 3011.00) / 3$$

$$Re_{\text{moyenne}} = 3196.29$$

$$\longrightarrow \Delta Re = Re_{i \text{ max}} - Re_{i \text{ moy}} = 3335.26 - 3196.29 = 138.97$$

$$\longrightarrow Re = 3196.29 \pm 138.97$$

* Re est compris entre 2000 et 4000 donc le régime est transitoire

. le cas d'un régime turbulent :

Les résultats obtenus sont dans le tableau suivant :

VOLUME recueilli dans l'éprouvette (ml)	Temps (s)	V_i (m/s)	\mathcal{G} (m ² /s)	RE
760	10 S	0.9682	$1.1 \cdot 10^{-6}$	8801.39
1050	15 S	0.8617	$1.1 \cdot 10^{-6}$	8106.54
1830	25 S	0.9325	$1.1 \cdot 10^{-6}$	8477.13

Calcul d'erreur :

$$V_{i \text{ moyenne}} = (0.9682 + 0.8617 + 0.9325) / 3$$

$$V_{i \text{ moyenne}} = 0.9208 \text{ m/s}$$

$$\longrightarrow \Delta V_i = V_{i \text{ max}} - V_{i \text{ moy}} = 0.9682 - 0.9208 = 0.0474$$

$$\longrightarrow V_i = (0.9208 \pm 0.0474) \text{ m/s}$$

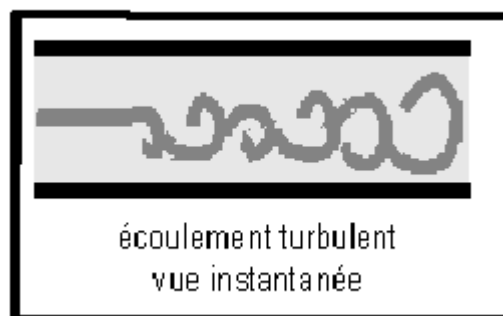
$$Re_{\text{moyenne}} = (8801.39 + 8106.54 + 8477.13) / 3$$

$$Re_{\text{moyenne}} = 8461.69$$

$$\Delta Re = Re_{i \text{ max}} - Re_{i \text{ moy}} = 8801.39 - 8461.69 = 339.70$$

$$\longrightarrow Re = 8461.69 \pm 339.70$$

* Re est supérieur à 4000 donc c'est un régime **turbulent**.



Bernoulli

But du travail

Ce TP consiste à mettre en évidence, le théorème de BERNOULLI ainsi que :

- Construction du diagramme BERNOULLI
- Mesure des vitesses locales.
- Détermination du coefficient de débit.
- Comparaison des résultats théoriques et expérimentaux.

GENERALITIES :

Pour pouvoir appliquer le théorème de BERNOULLI certaines hypothèses doivent être émises.

* L'incompressibilité du fluide.

* L'écoulement est permanent.

* L'écoulement est soumis uniquement à l'action de la pesanteur, dans ces conditions et pour un liquide parfait, le théorème de BERNOULLI exprime le principe de conservation de l'énergie mécanique totale dans un fluide en mouvement le long d'une ligne de courant.

Z : hauteur de position (géométrique), représentant l'énergie spécifique de position par rapport au plan de référence

p/ : hauteur de pression.

V²/2g : hauteur de vitesse.

H : énergie mécanique spécifique d'un liquide en mouvement

* pour un fluide réel le théorème de BERNOULLI tient compte de l'irrégularité des vitesses et des pertes d'énergie le long de l'écoulement il exprime dans ces cas le bilan d'énergie le long du courant réel.

L'application du théorème de BERNOULLI entre les sections 1 et 2 donne :

Z₁+p₁/

V₁, V₂ : vitesses moyennes dans 1 et 2

A₁ a₂ : coefficient d'énergie cinétique (a=1 pour un écoulement turbulent)

H₁₋₂ : pertes d'énergie mécanique spécifique entre 1 et 2

Installation expérimentale :

1. Fondement théorique

Dynamique des fluides parfaits (hydrodynamiques) elle étudie le mouvement des fluides en tenant compte des forces qu'elle engendre.

Cette étude consiste à établir les relations entre les positions des particules fluides, les forces agissant sur celles-ci et le temps.

A partir de la méthode d'EULER, on aboutit à l'équation

- 1^{ère} forme

$$\vec{1/\rho} \text{ grad } \vec{P} = \vec{g} - \gamma$$

$$\vec{g} : \text{champ de pesanteur} \quad \vec{g} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

ρ : Masse spécifique des fluide.

γ : Accélération.

$$\text{- 2^{ème} forme} \quad \frac{1}{\rho} \left(dp - \frac{\partial P}{\partial t} dt \right) = Xdx + Ydy + Zdz - Vdv$$

$$\text{- 3^{ème} forme} \quad \frac{1}{\rho} \text{grad} P = \vec{g} - \vec{V} \text{grad} V - \frac{d\vec{v}}{dt}$$

2. Théorème

- Dans un fluide parfait incompressible en mouvement permanent dans un champ de pesanteur l'énergie mécanique se conserve l'équation de BERNOULLI est applicable
- régime permanent : ligne de courant et trajectoire sont fixées et confondues et le débit volumique est constant.
- Fluide incompressible : $\rho = \text{etc.}$ - Fluide parfait.
- Dans un champ de pesanteur : \vec{g}
- Le long d'une ligne de courant.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad x = y = 0 \quad \text{et} \quad z = -g$$

$$\text{A partir de la 2^{ème} forme} \Rightarrow \frac{1}{\rho} dP = -gdz - Vdv$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} P \Big|_{P_0} = -g Z \Big|_{Z_0} - \frac{V^2}{2} \Big|_{V_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} P + gz + \frac{v^2}{2} = cte$$

$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = cte$ Équation de BERNOULLI représente l'équilibre d'une particule d'un fluide parfait incompressible en mouvement permanent dans un champ de pesanteur.

Interprétation graphique

Z : représente la ligne de cote (hauteur de position)

$z + \frac{P}{\rho g}$: Hauteur piezometrique sa courbe représente la ligne piezometrique.

$\frac{P}{\rho g}$: La cote de pression

$\frac{V^2}{2g}$: Hauteur dynamique.

$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$: La charge totale, sa courbe représente la ligne de charge (plan de charge).

Interprétation énergétique

On considère une particule de poids unitaire.

Z : Représente l'énergie potentielle de cette particule.

$\frac{P}{\rho g}$: Représente l'énergie due à la pression (d'écoulement)

$\frac{v^2}{2g}$: Représente l'énergie cinétique

$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$: Représente l'énergie mécanique totale.

Dynamique des fluides réels

Un fluide réel se distingue principalement d'un fluide parfait par l'existence de la viscosité qui entraîne des frottements internes ou bien des contraintes tangentielles entre les filets de courant.

On considère un écoulement permanent d'un fluide incompressible dans un champ de pesanteur l'équation de **Bernoulli** s'écrit :

$$dz + \frac{dP}{\rho g} + \frac{Vdv}{g} + dh = 0$$

Après intégration :

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{P}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_{1-2} \quad / \quad \rho g = \gamma$$

Δh_{1-2} : perte de charges entre les réactions (1-1) et (2-2).

$$\sum h_{1-2} = \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda_i \times l_i}{d_i} \times \frac{V_1^2}{2g} + \sum_{i=1}^2 \xi_i \frac{V_i^2}{2g}$$

P.d.c linéaire : $\frac{\lambda \cdot l}{d} \times \frac{v^2}{2g}$

P.d.c : singulière : $\zeta \times \frac{V^2}{2g}$

λ : Coefficient de P.d.c linéaire.

l : Longueur de la conduite.

d : Diamètre de la conduite.

ζ : Coefficient de P.d.c singulier.

3. Mode opératoire

Après la mise en marche de la pompe à eau, l'eau va s'écouler dans notre installation.

Dans la première étape on veut atteindre un débit maximal par l'ouverture totale de la vanne de réglage de débit, ça se voit lorsque la différence entre les hauteurs piézométriques Z_1 et Z_2 est importante or Z_2 est minimale, et la stabilisation des niveaux piézométriques considérée comme condition pour la lecture des hauteurs piézométriques. Répétons le même principe cinq fois (pour remplir le tableau).

Mesure de débit :

$$Q_{th} = \left| \frac{2g}{(s_1/s_6)^2 - 1} \right| \times s_1 \sqrt{(h_s - h_1)}$$

S_1 : Respectivement aire de la section (1).

S_6 : Respectivement aire de la section (6).

h_1 : La pression (piezométrique à la section (1)).

h_6 : La pression (piezométrique à la section (6)).

Mesure des vitesses locales :

La mesure des vitesses locales en chaque section d'une conduite peut se faire à l'aide d'une taupe de Pitot simple qui mesure la (pression d'arrêt) dans une section. En mesurant en même temps la pression statique à l'aide d'une prise de pression dans cette même section; on montre que la vitesse locale au milieu de la section choisie peut s'écrire (sans pertes d'énergie).

$$V = \sqrt{2g(h_s - h_1)}$$

h_s : pression totale mesurée dans la section (1) à l'aide du tube de Pitot simple.

h_1 : pression statique dans la même section.

4. Matériels utilisés :

1. Six tubes piézométriques installés verticalement à la conduite, ils permettent de mesurer les pressions statiques.
2. Deux réservoirs (amont et aval).
3. Conduite cylindrique relie entre les réservoirs et le venturi.
4. Venturi pour mesurer le débit.
5. Pompe à eau qui fait monter l'eau au réservoir amont et recueille l'eau qui arrive du réservoir aval.
6. Une vanne pour le réglage du débit (sous forme d'un entonnoir).

Tableau gradué en millimètre qui sert à donner les hauteurs piézométriques pour chaque tube et réservoir.

Remarque

Pour avoir un débit maximal (Q_{max}) il faut que la hauteur piezometrique h_2 soit minimale (h_2_{min}).

5. Calculs et présentation des résultats

a) Démonstration de l'équation de Bernoulli :

*) On a :
$$Q = \frac{V}{t} \quad \left(\frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \right)$$

*) Tableau 1 :

	Mesure de débit		Mesures directes des pressions après lecture au manomètre (cm).							
Q	temps	volume	1	2	3	4	5	6	7	8
0.153 (cm ³ /s)	6.5 (s)	1 (L)	23.5	20.0	16.5	12.0	7.5	3.7	-	24.0
0.105 (cm ³ /s)	9.5 (s)	1 (L)	25.0	21.0	19.0	17.0	15.0	12.0	-	25.3

$$*) Q_{\text{moy}} = \left(\frac{V_1}{t_1} + \frac{V_2}{t_2} + \dots + \frac{V_i}{t_i} \right) / i \quad \Rightarrow \quad Q_{\text{moy}} = \left(\frac{1}{6.5} + \frac{1}{9.5} \right) / 2$$

$$\Rightarrow \quad Q_{\text{moy}} = 0.129 \quad \left(\frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \right)$$

*) Tableau 2 :

	unité	1	2	3	4	5	6
D _i	mm	25	14.6	12.4	11.3	10.6	10
S _i	Cm ²	4.90	1.67	1.20	1.00	0.88	0.78
$h_i = Z_i + p/\gamma$	Cm	23.5	20.0	16.5	12.0	7.5	3.7
$V_i = Q_i / s_i$	Cm/s	0.031	0.091	0.127	0.153	0.173	0.196
$E_i = V_i / 2g$	Cm	0.0015	0.0046	0.0064	0.0077	0.0088	0.0099
$E_i = h_i + V_i / 2g$	Cm	23.501	20.004	16.506	12.007	7.5088	3.7099
$E_{i+1} - E_i$	Cm	-3.497	-3.498	-4.499	-4.498	-3.798	-
$h_i - h_1$	Cm	0	-35	-70	-115	-160	-198
$(h_i - h_1) / E_6$	San	0	-9.4342	-18.868	-30.998	-43.127	-53.370
$(s_6 / s_1)^2 - (s_6 / s_i)^2$	San	0	-0.61	-0.98	-1.24	-1.45	-1.68

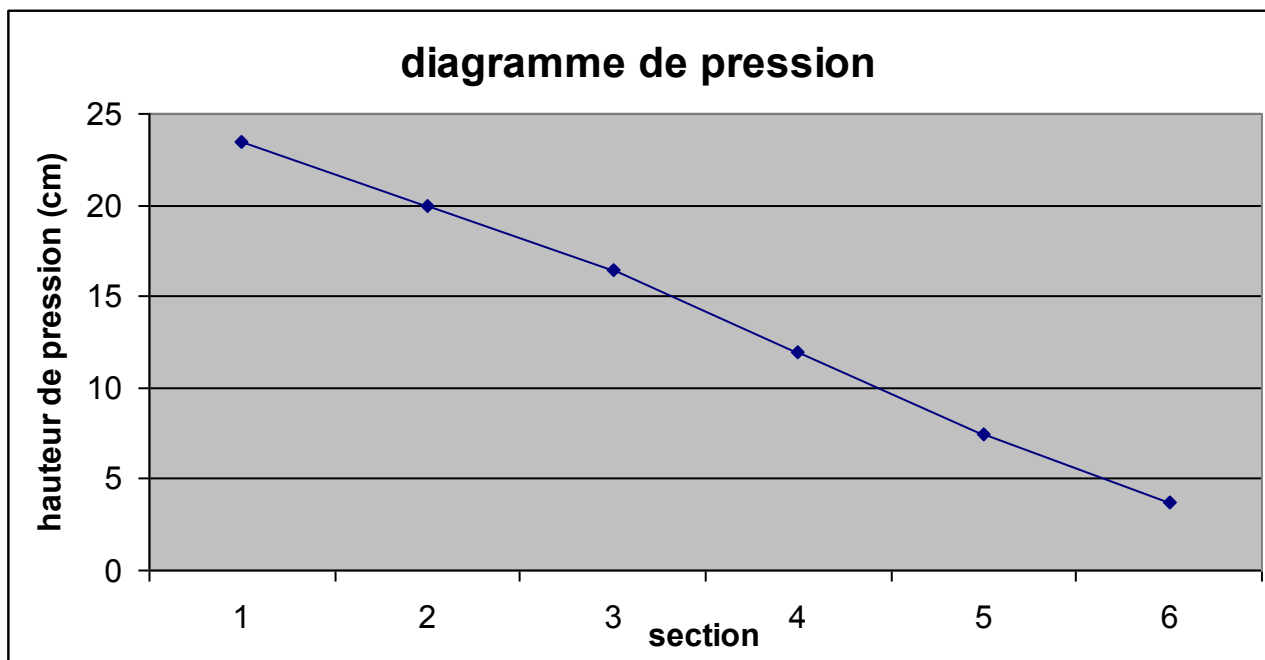
*) Nous allons :
$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V^2}{2g} = Z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{V^2}{2g} + \sum h_{1-i}$$

Avec les pertes d'énergie négligeable $\Rightarrow \sum h_{1-i} \rightarrow 0$

Et $Z_i = Z_1 \Rightarrow Z_i - Z_1 = 0$, $V_{\text{max}} = V_6$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_6^2}{2g} &= \frac{p_i}{\gamma} + \alpha_i \frac{V_6^2}{2g} \\ \Rightarrow \quad \frac{p_1}{\gamma} &= \frac{p_i}{\gamma} + (\alpha_i - \alpha_1) \frac{V_6^2}{2g} \\ \Rightarrow \quad \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_i}{\gamma} &= (\alpha_i - \alpha_1) \frac{V_6^2}{2g} \\ \Rightarrow \quad h_1 - h_i &= \frac{V_6^2}{2g} (\alpha_i - \alpha_1) \\ \Rightarrow \quad (h_1 - h_i) / (V_6^2 / 2g) &= (\alpha_i - \alpha_1) \end{aligned}$$

*) Graphe 1^{ère} essai :



Remarque

- ▲ Comme la surface de la section diminuée la vitesse augmentée.
- ▲ Comme le débit diminuée le hauteur de pression diminuée.

b) Mesure des débits et des vitesses locales au centre de la conduite :

$$\begin{aligned} *) \quad Q_{th} &= \sqrt{\frac{2g}{(s_1/s_6)^2 - 1}} \times s_1 \sqrt{h_1 - h_6} \\ \Rightarrow \quad Q_{th(1)} &= \sqrt{\frac{2 \times 9.81}{\left(\frac{4.9 \times 10^{-4}}{0.78 \times 10^{-4}}\right)^2 - 1}} \times 4.9 \times 10^{-4} \sqrt{0.235 - 0.037} \\ Q_{th(1)} &= 1.5572 \times 10^{-4} \quad \left(\frac{m^3}{s}\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q_{th(2)} = \frac{\sqrt{2 \times 9.81}}{\sqrt{\left(\frac{4.9 \times 10^{-4}}{0.78 \times 10^{-4}}\right)^2 - 1}} \times 4.9 \times 10^{-4} \sqrt{0.25 - 0.12}$$

$$Q_{th(2)} = 1.2617 \times 10^{-4} \quad \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$*) \quad Q_{exp} = \frac{V}{S}$$

$$\Rightarrow Q_{exp(1)} = \frac{10^3 \times 10^{-6}}{6.5} \Rightarrow Q_{exp(1)} = 1.538 \times 10^{-4} \quad \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$\Rightarrow Q_{exp(2)} = \frac{10^3 \times 10^{-6}}{9.5} \Rightarrow Q_{exp(2)} = 1.052 \times 10^{-4} \quad \left(\frac{m^3}{s}\right)$$

$$*) \quad \mu = (Q_{exp} / Q_{th})$$

$$\Rightarrow \mu_{(1)} = Q_{exp(1)} / Q_{th(1)} = \frac{1.538 \times 10^{-4}}{4.92 \times 10^{-4}} \Rightarrow \mu_{(1)} = 0.31$$

$$\Rightarrow \mu_{(2)} = Q_{exp(2)} / Q_{th(2)} = \frac{1.052 \times 10^{-4}}{3.99 \times 10^{-4}} \Rightarrow \mu_{(1)} = 0.26$$

$$*) \quad V = \sqrt{2g(h_s - h_1)}$$

$$\Rightarrow V_{(1)max} = \sqrt{2g(h_8 - h_1)} = \sqrt{2 \times 9.81(0.24 - 0.037)}$$

$$\Rightarrow V_{(1)max} = 1.9957 \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Rightarrow V_{(2)max} = \sqrt{2g(h_8 - h_1)} = \sqrt{2 \times 9.81(0.253 - 0.12)}$$

$$\Rightarrow V_{(2)max} = 1.6538 \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$*) \quad V = \frac{Q_{exp}}{S}$$

Dons la section 1 :

$$V_{(1)_1} = \frac{1.538 \times 10^{-4}}{6.5 \times 10^{-4}} \Rightarrow V_{(1)_1} = 0.3122 \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$V_{(2)_1} = \frac{1.052 \times 10^{-4}}{9.5 \times 10^{-4}} \Rightarrow V_{(2)_1} = 0.214 \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

*) **tableau 3 :**

N°	Débit mesuré	Différence de P entre les points		Débit théorique	Coefficient de débit	V max dans la 1 ^{ère} section	Rapport de V max et V moy
	$Q_{exp} \left(\frac{m^3}{s}\right)$	$h_1 - h_6$ (m)	$h_8 - h_1$ (m)	$Q_{th} \left(\frac{m^3}{s}\right)$	$\mu = \left(\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}\right)$	V_{max}	$\frac{V_{max}}{V_1}$
(1)	1.538×10^{-4}	0.198	0.005	1.55×10^{-4}	0.992	1.9957	6.392

(2)	1.052×10^{-4}	0.130	0.003	1.26×10^{-4}	0.834	1.6538	7.728
-----	------------------------	-------	-------	-----------------------	-------	--------	-------

3/.b : réalisation de la formule

$$h_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = h_i + \frac{p_i}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

Comme $\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_i}{\gamma}$ alors $h_1 + \frac{V^2}{2g} = h_i + \frac{V^2}{2g}$

$$\Rightarrow h_i - h_1 = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_i^2}{2g} \dots\dots\dots (1).$$

Dans l'équation de continuité on na

$$Q = C^{ste} \Rightarrow Q_1 = Q_6 \Rightarrow V_1 \times S_1 = V_6 \times S_6 \Rightarrow V_1 = \frac{V_6 \times S_6}{S_1} \dots\dots\dots (2).$$

$$Q = C^{ste} \Rightarrow Q_i = Q_6 \Rightarrow V_i \times S_i = V_6 \times S_6 \Rightarrow V_i = \frac{V_6 \times S_6}{S_i} \dots\dots\dots (3).$$

On remplace (2) et (3) dans (1) on trouve :

$$h_i - h_1 = \frac{V_6^2 \times S_6^2}{2g \times S_1^2} - \frac{V_6^2 \times S_6^2}{2g \times S_i^2} = \frac{V_6^2}{2g} \left(\frac{S_6^2}{S_1^2} - \frac{S_6^2}{S_i^2} \right)$$

$$(h_1 - h_i) / (V_6^2 / 2g) = \left(\frac{S_6}{S_1} \right)^2 - \left(\frac{S_6}{S_i} \right)^2$$

6. Démonstration des formules utilisées :

1) On applique Bernoulli entre les deux sections (1'-1') et (2'-2') :

$$Z_1 + 0 + 0 = 0 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow Z_1 = \frac{\rho g h_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Donc $V_2^2 = (h_1 - h_2)2g \Leftrightarrow V_2 = \sqrt{(h_1 - h_2)2g}$.

Our $Q = V_2 S_2 = \sqrt{(h_1 - h_2)2g} \times \frac{\pi d^2}{4}$

2) Bernoulli entre deux sections (0-0) et (2'-2') :

$$Z_0 + 0 + 0 = 0 + \frac{\rho g h_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + \sum h_{s1}$$

3) Bernoulli entre (7'-7') et (8-8) :

$$0 + \frac{\rho g h_7}{\rho g} + \frac{V_7^2}{2g} = 0 + 0 + h_8 + \sum h_{s2}$$

mais $Q = Cte$ ce qui implique $V_1 S_1 = V_7 S_1$

Donc ξ_1 : Coefficient de perte de charge locale à la sortie du réservoir amont :

$$\sum h_{s1} = \xi_1 \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow \sum h_{s1} = Z_0 - (h_1 + \frac{V_1^2}{2g})$$

5) ξ_2 :: Coefficient de perte de charge locale à l'entrée du réservoir aval :

$$\sum h_{s2} = \xi_2 \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow \sum h_{s2} = h_7 - (Z h_8 + \frac{V_1^2}{2g})$$

Conclusions

A partir de ce TP, nous avons pu mettre en pratique et vérifier en même temps l'équation de Bernoulli pour les fluides réels (l'eau), et on peut dire que la loi de DARCY est une excellente approximation pour les faibles nombres de Reynolds mais qu'elle devient de moins en moins bonne lorsque la vitesse d'écoulement augmente.

Nous avons aussi calculé les pertes de charge linéaire et singulière avec leurs coefficients. C'est justement ce que l'ingénieur doit prendre en considération lors du calcul des distributions de l'eau potable.